Cvičení 10

1. Vyštřete stabilitu nulového řešení (pomocí polárních souřadnic):

$$\begin{cases} x' = xy^2 + y(x^2 + y^2)^2, \\ y' = -x^2 y + x(x^2 + y^2)^2. \end{cases}$$

5. Vyštřete stabilitu nulového řešení (pomocí polárních souřadnic):

$$\begin{cases} x' = xy^2 + x(x^2 + y^2)^2, \\ y' = -x^2 y + x(x^2 + y^2)^2. \end{cases}$$

2. Nechť $x : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ je dvakrát diferencovatelná funkce, taková, že $x(0) = \frac{1}{2}$, $x'(0) = 1$ a

$$x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) \geq 1 \quad \forall t \geq 0.$$

Potom

$$x(t) \geq e^{2t} - e^t + \frac{1}{2}.$$

3. Nechť $x(t) = \Phi(t, \mu, \lambda)$ řeší úlohu

$$x' = \frac{\lambda}{x} + t, \quad x(0) = \mu.$$

Najděte $\frac{\partial \Phi}{\partial \mu}(t, 1, 0)$, $\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}(t, 1, 0)$ a aproximujte $\tilde{x}(3)$, kde $\tilde{x}' = \frac{1}{5\tilde{x}} + t$, $\tilde{x}(0) = \frac{6}{5}$.

4. Rozhodněte o stabilitě nulového řešení pro rovnici

$$x'' + ax' + x^2(5x^2 + 4x) = 0,$$

kde $a \geq 0$ je parametr.